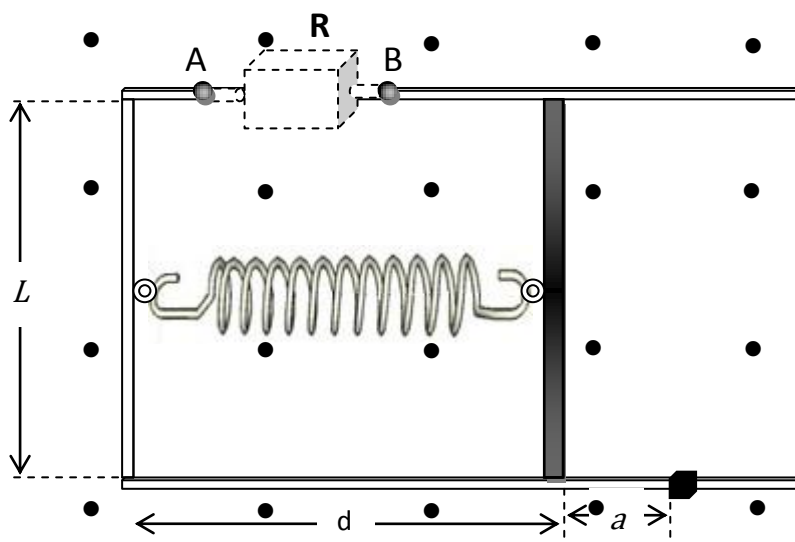


Problema n. 1: Un generatore "IDEALE"

Il tuo amico Luigi pensa di aver avuto un'idea geniale: ha progettato un generatore di tensione alternata che, una volta avviato, non necessita di ulteriore apporto di energia per il suo funzionamento se non quel poco che serve a vincere gli attriti del dispositivo. Ti mostra la rappresentazione schematica sotto raffigurata descrivendola così:



Una barretta metallica, di massa m , può scorrere lungo i due binari paralleli di una guida ad U anch'essa metallica. La barretta, di lunghezza L , è collegata al lato della guida parallelo ad essa mediante una molla fissata con materiale isolante. Il tutto è immerso in un campo magnetico uniforme e costante \vec{B} , ortogonale al piano della guida.

La barretta viene spostata di un tratto a e poi bloccata in modo da mantenere la molla allungata. Una volta tolto il blocco la barretta inizierà ad oscillare generando tra i poli A e B una differenza di potenziale alternata che potrebbe essere utilizzata, ad esempio collegando ai poli una resistenza R , fin quando la barretta si muove.

Volendo presentare la sua idea in un concorso scolastico, Luigi chiede a te di:

1. preparare una descrizione qualitativa e quantitativa del fenomeno fisico che determina la differenza di potenziale tra i poli A e B, e calcolando il valore della costante elastica della molla che consente di produrre una tensione di frequenza pari a quella della rete domestica di 50,0 Hz, nell'ipotesi che la massa m abbia il valore $2,0 \cdot 10^{-2}$ kg.

2. valutare il valore massimo f_{\max} della forza elettromotrice indotta $f_{e.m.}$ che tale generatore produce nel caso $a=1,0 \cdot 10^{-2}$ m, $L=1,0 \cdot 10^{-1}$ m, $B=0,30$ T.

Tu non sei convinto che il generatore ideato da Luigi una volta avviato possa fornire per sempre energia elettrica ad una utenza, senza ulteriore apporto di energia; per capire meglio cerchi di ottenere energia dal generatore e colleghi la resistenza elettrica R , come mostrato in figura, tra i poli A e B, misuri la differenza di potenziale tra i poli in funzione del tempo e ne tracci un grafico.

3. Che tipo di grafico ottieni?

4. Che tipo di moto ha la barretta e perché?

5. Come spiegheresti a Luigi cosa avviene dal punto di vista energetico e perché la sua idea non è poi così geniale come lui immagina?

Problema n. 2: Una missione spaziale

Nel 2200 il più moderno razzo vettore interplanetario costruito dall'uomo può raggiungere il 75,0 % della velocità della luce nel vuoto. Farai parte dell'equipaggio della missione che deve raggiungere un pianeta che orbita intorno alla stella Sirio, che dista 8,61 anni-luce e si avvicina con velocità di 7,63 km/s al sistema solare, effettuare ricerche lì per 2,00 anni e poi rientrare sulla Terra. Devi contribuire alla programmazione di tutti i dettagli della missione, come ad esempio le scorte di cibo e acqua; prendendo come istante di riferimento $t=0$ il momento della partenza dalla Terra, considerando che viaggerai sempre alla massima velocità possibile e trascurando tutti gli effetti dovuti alla accelerazione del moto nella fase di partenza e di arrivo, fatte tutte le ipotesi aggiuntive che ritieni necessarie, devi valutare:

- 1. quanto tempo durerà la missione per un osservatore sulla terra;**
- 2. quanto tempo durerà il viaggio di andata e quello di ritorno secondo i componenti dell'equipaggio;**
- 3. quanto tempo durerà complessivamente la missione secondo i componenti dell'equipaggio.**

Alcuni test effettuati nei laboratori della Terra sui componenti elettronici simili a quelli utilizzati sull'astronave, indicano che è necessario effettuare alcuni interventi di manutenzione sull'astronave. Dopo 1,00 anni dalla partenza (tempo terrestre) viene quindi inviato un segnale alla navicella. Quando il capitano riceve il segnale,

- 4. quanto tempo è trascorso sulla navicella dall'inizio del viaggio?**

Ricevuto il segnale, il capitano invia immediatamente la conferma alla Terra;

- 5. dopo quanto tempo dall'invio del segnale alla navicella la base terrestre riceve la conferma della ricezione?**

Durante il viaggio di andata, il ritardo nelle comunicazioni con l'astronave aumenta con l'aumentare della distanza; per illustrare al pubblico questo effetto

- 6. disegna su un piano cartesiano i grafici che mostrino rispetto al riferimento terrestre la distanza dalla Terra dell'astronave e dei due segnali di comunicazione, in funzione del tempo.**

Il responsabile della sicurezza della missione ti comunica una sua preoccupazione: teme che, a causa della contrazione relativistica delle lunghezze, il simbolo della flotta terrestre riportato sulla fusoliera del razzo, un cerchio, possa apparire deformato agli occhi delle guardie di frontiera, che potrebbero quindi non riconoscerlo, e lanciare un falso allarme. **Pensi che sia una preoccupazione fondata?**

- 7. Illustra le tue considerazioni in merito a questa preoccupazione e dai una risposta al responsabile della sicurezza, corredandola con argomenti quantitativi e proponendo una soluzione al problema.**

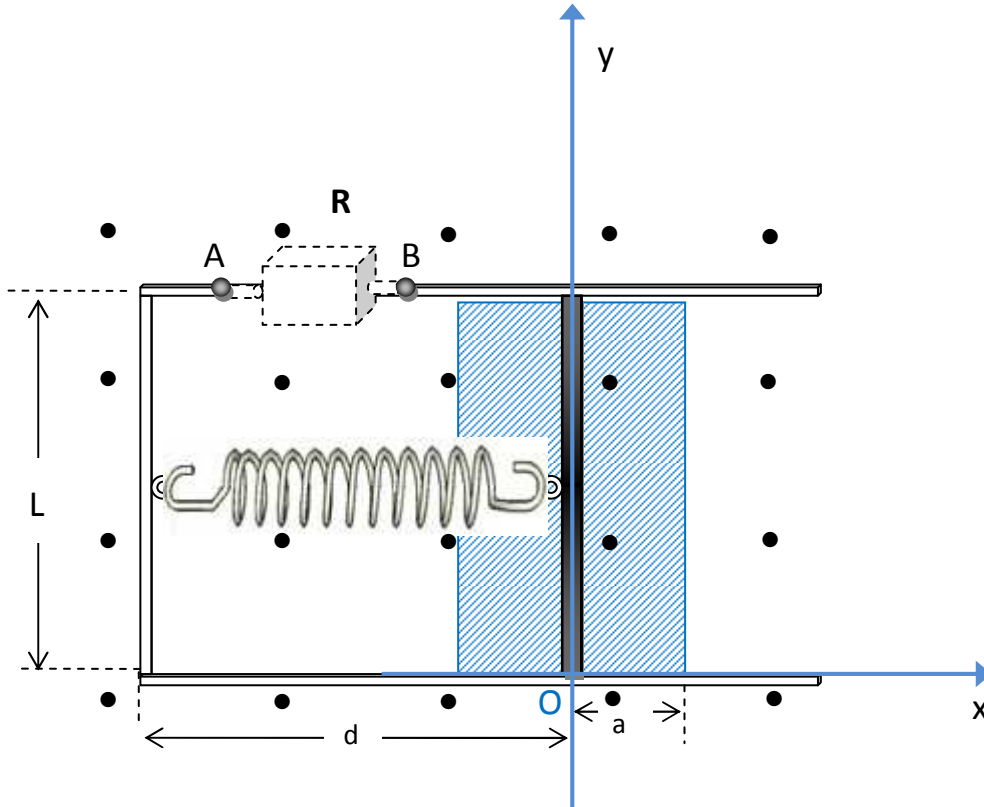
Problemi di simulazione della seconda prova dell'esame di maturità di Fisica
11 marzo 2015

Lo studente deve svolgere un solo problema a sua scelta
Tempo massimo assegnato alla prove tre ore

Indicatori di valutazione portati a conoscenza dello studente:

- **Osservare criticamente i fenomeni e formularne ipotesi esplicative utilizzando modelli, analogie e leggi.**
- **Formalizzare situazioni problematiche e applicare gli strumenti matematici e disciplinari rilevanti per la loro risoluzione.**
- **Interpretare e/o elaborare i dati proposti, anche di natura sperimentale, secondo un'ipotesi, valutando l'adeguatezza di un processo di misura e/o l'incertezza dei dati, verificando la pertinenza dei dati alla validazione del modello interpretativo.**

Soluzione del problema "Un generatore IDEALE"



Prima di collegare la resistenza \$R\$ tra i due poli \$A\$ e \$B\$, nel circuito non circola corrente; la barretta è soggetta alla sola forza elastica e quindi si muove di moto armonico; indicando con \$x\$ la posizione della barretta, il moto è descritto dall'equazione:

$$x = a \cos(2\pi f t)$$

con \$a\$ ampiezza del moto; la frequenza del moto armonico è data dall'espressione:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Dovendo essere \$f = 50\$ Hz, si ottiene per \$k\$:

$$k = 4\pi^2 f^2 m = 4 \cdot \pi^2 \cdot 50^2 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 1,97 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Per la presenza del campo magnetico, il moto della barretta genera una forza elettromotrice indotta pari al flusso del campo \$B\$ tagliato nell'unità di tempo dalla barretta stessa; esso è anche eguale alla variazione di flusso attraverso la superficie delimitata dalla guida e dalla barretta. Assumendo il campo magnetico uscente dal foglio del disegno (asse \$+z\$), il flusso \$\Phi\$ del campo \$B\$ attraverso la superficie delimitata dalla guida e dalla barretta è:

$$\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{L} \cdot (\mathbf{d} + \mathbf{x}) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{L} \cdot (\mathbf{d} + \mathbf{a} \cos(2\pi \mathbf{f} \mathbf{t}))$$

Per la legge di Faraday-Neumann-Lenz la forza elettromotrice indotta f_{em} sarà:

$$f_{em} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\mathbf{B} \cdot \mathbf{L} \cdot \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{L} \cdot 2\pi \cdot \mathbf{f} \cdot \mathbf{a} \cdot \sin(2\pi \mathbf{f} \mathbf{t})$$

Il valore massimo f_{max} si ottiene quando la funzione seno assume il valore 1 e varrà:

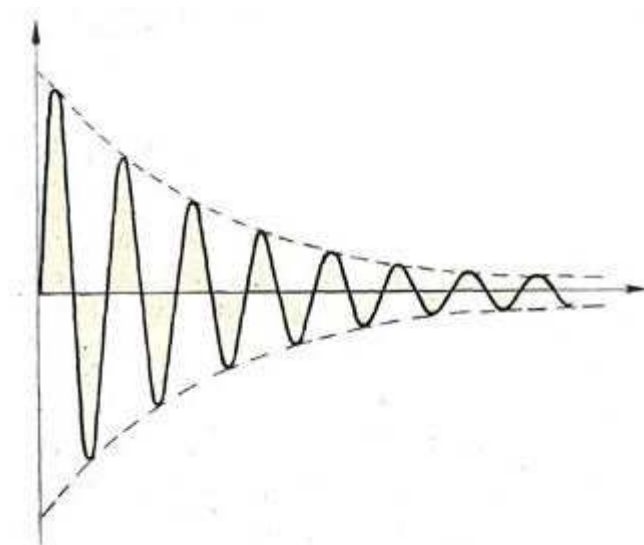
$$f_{max} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{L} \cdot 2\pi \mathbf{f} \cdot \mathbf{a} = 94,2 \text{ mV}$$

Collegando la resistenza R, nel circuito scorre la corrente indotta:

$$i = \frac{f_{em}}{R}$$

La sbarretta subisce quindi l'azione di una forza magnetica data dall'espressione $\vec{F} = i \vec{L} \times \vec{B}$ il cui effetto è quello di una forza frenante in quanto il verso è opposto a quello della velocità istantanea; infatti nell'ipotesi fatta per il verso di B (lungo +z), quando v è >0 la forza elettromotrice farà circolare la corrente in senso orario; la corrente nella sbarretta sarà lungo -y e quindi la forza F lungo -x, cioè in verso opposto alla velocità; poiché il modulo della forza F è proporzionale alla velocità, si tratta di una forza di resistenza viscosa.

La sbarretta si muove quindi sotto l'azione della risultante di una forza elastica e di una forza di resistenza viscosa e il moto risultante è un moto armonico smorzato. La differenza di potenziale tra i terminali A e B è proporzionale alla velocità $v = dx/dt$ e ha un andamento temporale analogo a questa, come mostrato in figura.



Dal punto di vista energetico la forza F agente sulla barretta fa un lavoro negativo, essendo opposta alla velocità; di conseguenza l'energia cinetica della barretta diminuisce nel tempo e così anche la velocità; di conseguenza diminuisce anche la forza elettromotrice indotta e quindi la corrente indotta: a tempi lunghi la barretta si ferma e la forza elettromotrice indotta si annulla.

Quantitativamente il lavoro fatto dalla forza F nell'unità di tempo (potenza) è eguale alla potenza dissipata per effetto joule dalla corrente indotta nella resistenza R .

Infatti la potenza dissipata dalla forza F risulta:

$$|w| = |\vec{F} \cdot \vec{v}| = iLBv$$

E la potenza dissipata nella resistenza R :

$$|w| = i \cdot f_{em.} = iLBv$$

Quindi il generatore di Luigi non funziona in modo ideale per la produzione di corrente alternata, ma si limita a dissipare per effetto joule l'energia inizialmente fornita alla barretta: non c'è quindi alcuna violazione del principio di conservazione dell'energia.

Una missione spaziale: soluzione

Indichiamo con t e Δt i tempi e gli intervalli di tempo misurati da un osservatore sulla terra e con t' e $\Delta t'$ quelli misurati dall'equipaggio della navicella.

La durata della missione è la somma della durata del viaggio di andata Δt_a ($\Delta t'_a$) del tempo trascorso su Sirio per effettuare le ricerche Δt_{sosta} ($\Delta t'_{\text{sosta}}$) della durata del ritorno Δt_r ($\Delta t'_r$).

Per un osservatore sulla terra, il viaggio di andata ha una durata pari a: $\Delta t_a = \frac{8,6}{0,75} = 11,6$ anni;

il tempo trascorso su Sirio per effettuare le ricerche è di due anni, cioè è eguale al tempo della sosta misurato dall'equipaggio in quanto la velocità di Sirio è trascurabile rispetto alla velocità della luce; il viaggio di ritorno ha una durata pari a quello di andata; pertanto la durata complessiva della missione t_{totale} è:

$$t_{\text{totale}} = \Delta t_a + \Delta t_{\text{sosta}} + \Delta t_r = 11,6 + 2,00 + 11,6 = 25,2 \text{ anni.}$$

Per i componenti dell'equipaggio, la durata del viaggio di andata e del viaggio di ritorno è:

$\Delta t'_a = \Delta t'_r = \frac{\Delta t_a}{\gamma} = \Delta t_a \sqrt{1 - \beta^2} = 11,6 \sqrt{1 - 0,75^2} = 7,67$ anni; il tempo trascorso per effettuare le ricerche $\Delta t'_{\text{sirio}} = 2,00$ anni. Il tempo totale della missione per i componenti dell'equipaggio risulta quindi:

$$t'_{\text{totale}} = \Delta t'_a + \Delta t'_{\text{sosta}} + \Delta t'_r = 7,67 + 2,00 + 7,67 = 17,3 \text{ anni.}$$

Nel sistema di riferimento della terra, l'evento "invio del segnale" avviene nel punto $x_0 = 0,00$ al tempo $t_0 = 1,00$ anni. Per le trasformazioni di Lorentz, nel sistema di riferimento della navicella lo stesso evento avviene nel punto di coordinate spazio-temporali $x'_0 = \gamma(x_0 - vt_0) = -\gamma vt_0 = -1,13$ anni - luce e al

tempo $t'_0 = \gamma(t_0 - \frac{vx_0}{c^2}) = \gamma t_0 = 1,51$ anni.

Per i componenti dell'equipaggio il segnale luminoso raggiungerà la navicella dopo un tempo:

$$\Delta t'_1 = \frac{|x'_0|}{c} = \frac{\gamma vt_0}{c} = 1,13 \text{ anni}$$

Il tempo totale trascorso per l'equipaggio sarà quindi:

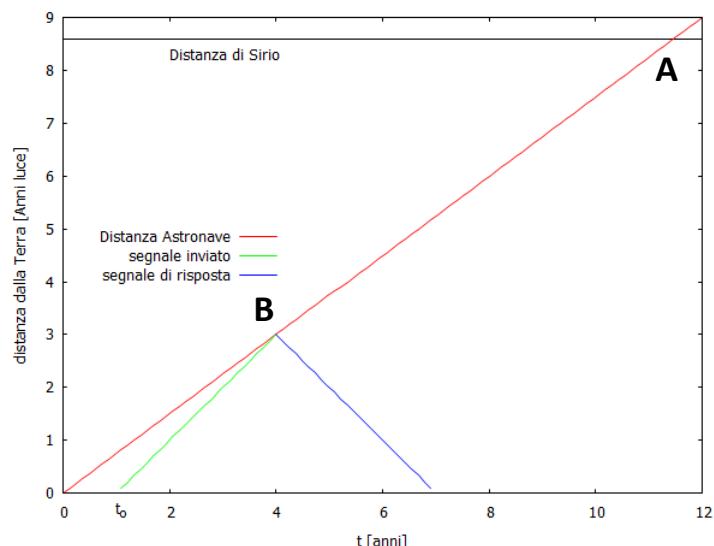
$$t'_{\text{totale}} = t'_0 + \Delta t'_1 = \gamma t_0 + \frac{\gamma vt_0}{c} = \gamma(1 + \beta)t_0 = 2,64 \text{ anni.}$$

Per la base terrestre il segnale giunge alla navicella al tempo $t_{\text{totale}} = 4,00$ anni dopo l'inizio della missione,

infatti: $c(t_{\text{totale}} - t_0) = vt_{\text{totale}} \Rightarrow t_{\text{totale}} = \frac{c}{c - v} t_0 = 4,00$ anni

Impiega quindi 3,00 anni a raggiungere la navicella. Al tempo t_{totale} , la navicella si trova ad una distanza di 3,00 anni luce dalla Terra; per tornare indietro la risposta impiega quindi altri 3,00 anni e la base a Terra riceverà la conferma della ricezione 6,00 anni dopo l'invio del segnale.

Problemi di simulazione della seconda prova di Fisica
Esame di Maturità Liceo Scientifico 11 marzo 2015



Il grafico illustra al pubblico la tempistica della missione e dei due segnali; esso mostra la distanza astronave-Terra in funzione del tempo; la pendenza della retta è pari alla velocità dell'astronave. Il segnale inviato al tempo $t=t_0$ si allontana dalla Terra con velocità c . Il segnale inviato dall'astronave si avvicina alla Terra con velocità c . I punti di incrocio delle rette sono gli istanti in cui la navicella raggiunge Sirio (A) e l'istante in cui il segnale raggiunge la navicella (B) e riparte verso la terra.

La preoccupazione del responsabile della sicurezza è fondata, in quanto la contrazione di Lorentz avviene nelle direzioni longitudinali del moto e non in quella trasversale; il cerchio del simbolo della flotta appare più o meno deformato a seconda di come esso è orientato rispetto alla velocità del moto. Infatti un raggio del cerchio diretto come la velocità apparirà contratto del fattore relativistico $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1,51$ mentre un raggio ad esso perpendicolare apparirà non contratto.

Per evitare la deformazione del cerchio occorre che la navicella diriga il suo moto sempre verso il posto di guardia della frontiera e che il piano che contiene il simbolo sia sempre perpendicolare alla direzione del moto della navicella in modo che tutti i raggi del simbolo siano perpendicolari al moto e non risentano della contrazione di Lorentz.